

پاسخ سؤال‌های قرآن و معارف اسلامی

۱- گزینه «۳»

ذیل آیه شریفه (و لیتذکر اولو الالباب) با گزینه «۲» ارتباط دارد.

۲- گزینه «۳»

بدشأنی تنها یک خرافات است (رد گزینه «۱»); خرافات ممکن است با دین آمیخته و خود را به دین نسبت دهند (رد گزینه «۲») همچنین مراجعه به کف‌بین و فال‌گیر و امثالهم مغایر با پیروی از خداست (رد گزینه «۴»)

۳- گزینه «۱»

در آیه شریفه عنوان شده که «پاک و منزّه است خدایی که این اوسله متحرکه را برای ما تسخیر کرد و گرنه ما هرگز قادر بر آن نبودیم»; بنابراین پیاده‌روی و قدم زدن نمی‌تواند مصداقی برای خواندن این آیه باشد.

۴- گزینه «۴»

در سایر گزینه‌ها مخاطب آیه مؤمنان هستند؛ در حالی که آیه شریفه ۴ خطابش «ناس» یعنی مردم است.

۵- گزینه «۲»

ترجمه آیه شریفه: «ای اهل ایمان، آیا شما را به تجارتی سودمند که شما را از عذاب دردناک (آخرت) نجات بخشد دلالت کنیم؟ به خدا و رسول او ایمان آرید و به مال و جان در راه خدا جهاد کنید» عالم دینی علاوه بر اموالش سرمایه عمر که مصداق «انفسکم» می‌باشد را هم در راه خدا خرج کرده تا هم خود و هم دیگران را نجات دهد.

۶- گزینه «۴»

دقیقاً عکس این عبارت در آیات شریفه آمده است؛ ابراهیم (ع) خطاب به عمومی خود می‌گوید «مرا از وحی خدا علمی آموختند که آن علم را به تو نیاموخته‌اند ...»

۷- گزینه «۱»

گمراهی بعضی از بزرگترها به این بهانه که متعلق به نسل قبل هستند اصلاً طبیعی و مقبول نخواهد بود. همچنین دانستن به تنهایی برای رستگاری کافی نیست بلکه باید با عمل و قدم نهادن در آن مسیر درست همراه شود. (بر آستان جانان گر سر توان نهادن / گلبانگ سربلندی بر آسمان توان زد). در آخر هم باید گفت که اطاعت کورکورانه به رستگاری نمی‌انجامد؛ خداوند کریم بارها در آیات متعدد به مردم سفارش کرده که خود تعقل کنند و با علم و استدلال و اختیار خود قدم در راه گذارند (أنا هدیناه السبیل إنا شاکرأ و إنا کفورأ)

۸- گزینه «۳»

بعد از قیام حضرت مهدی (صلوات الله و سلامه علیه) دیگر زندان‌ها و دادگاه‌ها شلوغ نیستند نه اینکه به‌طور کامل بسته می‌شوند.

۹- گزینه «۱»

سه مورد ذکر شده گاهی واجب و گاهی مستحب هستند مثلاً غسل در مواقعی مانند مس میت واجب است ولی غسل جمعه برای مثال مستحب است. (رد گزینه‌های «۲» و «۳») همچنین در مواقعی باید به جای وضو یا غسل تیمم کرد پس تیمم در آن موارد واجب می‌شود (رد گزینه «۴»).

۱۰- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌ها:

(۱) رو برگرداندن از قبله به نحوی که دیگر رو به قبله به حساب نیاید چه عمدی باشد چه سهوی موجب بطلان نماز است.
(۲) شکستن نماز واجب از روی اختیار حرام است.
(۳) نمازگزار نباید در حال نماز به دیگران سلام کند.
(۴) اگر دیگران به نمازگزار سلام کنند باید جواب سلام آنها را در حال نماز بدهد.

پاسخ سؤال‌های زبان و ادبیات فارسی

۱۱- گزینه «۳»

نادرستی املائی در سایر گزینه‌ها: (۱) علاقمند(به شکل علاقه‌مند صحیح است) / (۲) قاعل(فاعل صحیح است) / (۴) وجح(وجه شکل صحیح املائی است)

۱۲- گزینه «۴»

«خواهرانش متفرق شدند» یعنی خواهران او پراکنده شدند.

۱۳- گزینه «۱»

تذکره‌الاولیاء کتابی است نوشته عطار در شرح حال بزرگان عرفان و تصوف.

۱۴- گزینه «۳»

قافیه در سایر ابیات: زرد / سرد / گرد / بیابانگرد
واژه «پرت» نمی‌تواند با این کلمات قافیه شود.

۱۵- گزینه «۲»

در گزینه «۱» «پسر و سر»، در گزینه «۳» «نهار و بهار» و در گزینه «۴» «نیست باد (به معنی باد نمی‌باشد)» و «نیست باد (به معنی الهی که نیست و نبود شود)» ایجاد آرایه جناس کرده‌اند. در گزینه «۲» جناسی مشاهده نمی‌شود.

۱۶- گزینه «۱»

چاینک: قوری / لته: پارچه، قطعه پارچه / صُفه: سکو / بیت‌ترک: مشاعره

۱۷- گزینه «۳»

«این آدمک»: صفت اشاره + هسته

۱۸- گزینه «۱»

پرسش سایر ابیات پرسش انکاری است؛ در گزینه «۲» «که تواند؟» یعنی هیچ کس نمی تواند و «که داند؟» یعنی هیچ کس نمی داند؛ در گزینه «۳» «از که خواهی خرید؟» یعنی از هیچ کس نمی توانی بخری؛ در گزینه «۴» هم «چه حاصل؟» یعنی هیچ حاصل. پرسش بیت گزینه «۱» انکاری نیست.

۱۹- گزینه «۴»

در گزینه «۱» «چون چراغ لاله سوزم در خیابان شما» تشبیه است. (من: مشبه / چراغ لاله: مشبه به / چون: ادات تشبیه / سوختن: وجه شبه) در گزینه «۲» «متاع جوانی» اضافه تشبیهی است و تشبیه جوانی است به متاع. در گزینه «۳» نیز «پرسش تشنگی» اضافه تشبیهی و تشبیه تشنگی است به پرسش. اما در گزینه «۴» تشبیهی یافت نمی شود. (ترکیب «مطالعه دل» اضافه تشبیهی نیست چون در آن دل به مطالعه تشبیه نشده است.)

۲۰- گزینه «۲»

داستان از این قرار است که مردی به چهار نفر یک درم می دهد و اولی می گوید که این یک درم را انگور می خرم. دومی که عرب است می گوید خیر من آن را به بهای غنم می دهم که غنم معادل انگور در لغت عرب است. سومی ترک بوده و گفته من غنم نمی خواهم بلکه ازم می خواهم که در زبان ترکی یعنی انگور و آخری که رومی بوده واژه استافیل را که آن هم معادل انگور است به کار برده است.

۲۱- گزینه «۴»

چون این چهار نفر به معانی واژگانی که دیگری به کار می برده آگاه نبودند و به ظاهر کلمات توجه می کردند با هم به اختلاف و تنازع خوردند.

۲۲- گزینه «۲»

«پلنگ» در ترکیب «زخم پلنگ» مضاف الیه است. همچنین نقش «ش» در «پرسیدندش» متمم است چون اگر آن را به فارسی روان برگردانیم می شود «از او پرسیدند» که «او» متمم است. «گرفتار» در جمله «به مصیبتی گرفتارم» مسند است چون پاسخ به پرسش «چگونه هستی؟» «گرفتار هستم» می باشد. «مسکین» هم در ترکیب «بنده مسکین» صفت است.

۲۳- گزینه «۱»

عزت: عزیز / ادامه: دوام / معاصی: معصیت

۲۴- گزینه «۲»

می گویی: مضارع اخباری / دیدم: گذشته ساده / گفتمی (می گفت): گذشته استمراری

۲۵- گزینه «۴»

مفهوم مشترک ستایش درد و رنج است و اینکه درد است که راهنمای زندگی انسان می شود.

در گزینه «۴» شاعر می گوید: «درد راه حق را بر ما عیان کرد؛ آن کسی که دردی ندارد نشانی پیدا نخواهد کرد.»

پاسخ سؤال های مطالعات اجتماعی

۲۶- گزینه «۱»

موارد ذکر شده در گزینه های «۲»، «۳» و «۴»، از جمله علل و عوامل داخلی نابرابری جهانی می باشند؛ اما مورد ذکر شده در گزینه «۱»، مربوط به علل و عوامل خارجی نابرابری جهانی است.

۲۷- گزینه «۲»

* نادرست - در روند تأسیس حکومت جمهوری اسلامی از تاریخ همه پرسی نظام سیاسی در سال ۱۳۵۸ تا تعیین هیئت دولت، مقدمات تدوین قانون اساسی فراهم شد و به تصویب رسید. همچنین اولین دوره انتخابات ریاست جمهوری (بهمن ۱۳۵۸) و اولین انتخابات مجلس شورای اسلامی (اسفند ۱۳۵۸) برگزار گردید.

* درست

* درست

* نادرست - بعد از مخالفت امام خمینی (ره) با لایحه کاپیتولاسیون و ذلت بار شمردن و خلاف استقلال کشور دانستن این لایحه و سرزنش شاه به علت وابستگی به آمریکا در یک سخنرانی مهم، شاه دریافت که امام خمینی (ره)، اهل سازش و سکوت نیست. از این رو امام خمینی (ره) را در ۱۳ آبان ۱۳۴۳ به ترکیه تبعید کرد.

۲۸- گزینه «۴»

قسمت های شرقی سیستان و بلوچستان، ناصرالدین شاه
قسمت های شمالی رود ارس، فتحعلی شاه
گرجستان، فتحعلی شاه

۲۹- گزینه «۳»

در اول تیرماه، خورشید در نیمکره شمالی به مدار رأس السرطان به صورت عمودی می تابد. در این زمان منطقه وسیع تری در معرض نور خورشید قرار می گیرد. در نتیجه طول روزها از شبها بیشتر است. در این هنگام که طولانی ترین روز در این نیمکره است و به آن انقلاب تابستانی می گویند، فصل تابستان شروع شده است. در حالی که در نیمکره جنوبی، دقیقاً وضعیت برعکس است و فصل زمستان است.

باتوجه به نکته ای که ذکر شد، از آنجایی که در ملبورن (پایتخت استرالیا- واقع در نیمکره جنوبی کره زمین)، زمستان است، در نیمکره شمالی تابستان است. از این رو، تنها گزینه «۳» درست است.

۳۰- گزینه «۲»

در نواحی مجاور خط استوا، کانون فشار کم و در قطب‌های جنوب و شمال، کانون فشار زیاد است.

۳۱- گزینه «۳»

گزینه «۱»: نمایندگان مجلس خبرگان ← رهبر
گزینه «۲»: نمایندگان مجلس خبرگان ← رهبر ← رئیس قوه قضاییه
گزینه «۳»: نمایندگان مجلس خبرگان ← رهبر ← رئیس قوه قضاییه
پیشنهاد ← حقوق‌دانان شورای نگهبان (اخذ رأی اعتماد توسط مجلس)
گزینه «۴»: مردم ← نمایندگان مجلس شورای اسلامی
رای‌نمایندگان ← رئیس مجلس

۳۲- گزینه «۴»

انجام دادن کارها توسط هوش مصنوعی بهتر و سریع‌تر از انسان باعث می‌شود تا به مرور زمینه‌های کاری برای افراد انسانی کمتر شود و شاهد بیکاری خواهیم بود.

۳۳- گزینه «۱»

ابتدا ارزشی که برای کار نوبل تصور می‌شد، کمک به مرگ بیشتر و آسان‌تر بش بود، اما نوبل با کاری که کرد ارزش دیگری را در کار خود مد نظر قرار دارد.

۳۴- گزینه «۱»

آیت‌الله مدرس با قرارداد ۱۹۱۹ مخالف بود. میرزای شیرازی نیز با قرارداد تالبوت (انحصار خرید و فروش توتون و تنباکو) مخالفت کرد.

۳۵- گزینه «۲»

مایل بودن محور قطب‌ها بر سطح مدار گردش انتقالی زمین، باعث تغییر زاویه تابش آفتاب در طول سال می‌شود و در طی یک سال زمین در موقعیت‌های مختلف در برابر خورشید قرار می‌گیرد. از این رو، طول روز و شب نامساوی می‌شود و فصل‌های مختلف پدید می‌آید.
نکته: هنگامی که در نیمکره شمالی، تابستان است، در نیمکره جنوبی، فصل زمستان است و هوا سرد است.

پاسخ سؤال‌های عربی

۳۶- گزینه «۱»

نادرستی سایر گزینه‌ها:
۲ و ۳) کارهای شایسته
۴) ترجمه شدن اجرهم به صورت پاداششان

۳۷- گزینه «۳»

«صدیقی المجتهد»: دوست پرتلاش من

۳۸- گزینه «۱»

ترجمه متن:

در قصه‌های قدیمی آمده است که پادشاهی قصد دادن جایزه‌ای بزرگ به یکی از وزرایش را کرد. پس به او گفت: من کل مساحت‌هایی از زمین را که بتوانی پیاده سیر کنی به تو می‌دهم. وزیر خوشحال شد و به سرعت شروع به راه رفتن روی زمین کرد. مسافت طولانی‌ای را رفت پس آنگاه خسته شد. پس فکر برگشتن به پادشاه کرد تا از او مساحت زمینی را که پیموده بگیرد. ولی او نظرش را تغییر داد. پس احساس کرد که او می‌تواند مسافت بزرگتری را طی کند. و تصمیم به پیمودن بیشتری کرد. و مسافت‌های طولانی‌ای را طی کرد و در برگشتن به پادشاه در حالی که به مسافتی که آن را پیموده بود اکتفا کرده بود فکر کرد. ولی او در نظرش برای بار آخر تردید کرد و عزم به پیمودن کرد تا به مقدار بیشتری دست یابد. وزیر روزها و شب‌ها در راه ماند و هرگز بازنگشت. می‌گویند راهش را پیدا نکرد و از شدت خستگیش مرد و مالک چیزی نشد و هرگز احساس خوشبختی نکرد.
«مرد چیز مهمی که دارای ارزش زیادی بود را تلف کرد که آن است»
پاسخ موردنظر قناعت است.

۳۹- گزینه «۴»

ترجمه و نادرستی سایر گزینه‌ها:

۱) «پادشاه قصد دادن کل زمین‌هایی که مالکشان بود را داشت» (پادشاه فقط قصد بخشیدن زمین‌هایی که وزیر پیاده طی کند را داشت)
۲) «وزیر نظرش در مورد برگشتن را یک بار تغییر داد» (وزیر سه بار نظرش را تغییر داد)
۳) «در نهایت وزیر خسته برگشت و احساس خوشبختی نکرد» (وزیر نتوانست که برگردد و مرد)
۴) «وزیر نتوانست مسافت‌های زیادی را ببیماید با وجودی که او خسته شد» (صحیح است چون با وجودی که وزیر در آخر مرد ولی مسافت زیادی را طی کرد)

۴۰- گزینه «۲»

پاسخ سوال «وزیر چه زمانی شروع به پیاده رفتن روی زمین کرد؟» در متن وجود ندارد.

۴۱- گزینه «۲»

کلمات سه گزینه غیرپاسخ بر وزن فاعل یا فاعله می‌باشد در حالی که «أبدأ» وزنی متفاوت از آنها دارد.
توجه: «ماشياً» از حروف اصلی «م ش ی» تشکیل شده و در اصل «ماشیی» بوده است.

۴۲- گزینه «۳»

«هنگامی که در سفر حج بودم در یکی از روزها با ده تا از هم‌شاگردی‌های مسافرم (پس تا اینجا ۱۱ نفر) به موزه مکه رفتیم در ساعت از ما دو

نفر هم‌شاگردی برگشتند (۹ نفر باقی هستند) ولی ما شش ساعت و نیم تا ساعت یک ربع به دو آنجا ماندیم. پس هنگام برگشت تعداد ما ... نفر بود. تعداد نفرات هنگام برگشت که ۹ نفر است. (رد گزینه‌های ۲ و ۴) چون با احتساب شش ساعت و نیم تا ساعت یک ربع به دو آنجا بودند پس در ساعت هفت و ربع (السابعة و الربع) راه افتادند.

۴۳- گزینه «۲»

در سایر گزینه‌ها «أبحاث»، «الافرقه» و «مياه» جمع مکسرند.

در گزینه ۲ چون شباب در معنی جوانی به کار رفته مفرد است.

۴۴- گزینه «۴»

فعل «تحضرن» برای جای خالی اول مناسب است چون مخاطب جمله جمع است در حالی که صیغه این فعل مفرد مونث است. همچنین «حضرنا» هم فعل مناسبی نیست. اما برای جای خالی دوم با توجه به معنای جمله نیاز به فعل امر داریم که «ارکبوا» مناسب است و نه «رکبوا» که فعل ماضی است.

۴۵- گزینه «۲»

علامت اولی از راست ورود ممنوع است. علامت سوم از راست به صورت «الدوران علی اليمين ممنوع» صحیح است. همچنین علامت آخر نشانه گذرگاه عابر پیاده است و نه اداره ایمنی ترافیک. پس دو علامت صحیح است.

پاسخ سؤال‌های علوم تجربی

۴۶- گزینه «۳»

هموگلوبین به دلیل داشتن آهن موجب می‌شود که خون به رنگ قرمز باشد و هموسیانین با داشتن مس به رنگ آبی یا سبز دیده می‌شود.

۴۷- گزینه «۴»

قدیمی‌ترین فسیل‌ها مربوط به جانداران پروکاریوتی است. بررسی گزینه‌های نادرست: مورد (۱) در فرآیند فسیل شدن به روش جایگزینی ترکیب شیمیایی مواد معدنی تنه درخت معمولاً به سیلیس و آهک تغییر می‌کند. مورد (۲) وجود معادن گچ و نمک به دلیل وجود آب و هوای گرم و خشک است. مورد (۳) فسیل‌های آثاری می‌توانند در محدوده‌های زمانی مختلفی تشکیل شوند.

۴۸- گزینه «۳»

نیروی رو به بالای وارد بر بادکنک از طرف هوا و به دلیل اختلاف فشار بین بالا و پایین بادکنک به آن وارد می‌شود. لذا عکسالعمل آن از طرف بادکنک به هوا وارد خواهد شد.

۴۹- گزینه «۲»

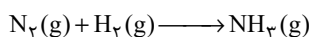
شکل، صورت فلکی دب اصغر را نشان می‌دهد. محل ستاره قطبی در آسمان در زمان‌های مختلف تغییر نمی‌کند ولی ستاره‌های دیگر دب اصغر جابه‌جا می‌شوند (به دلیل حرکت چرخشی زمین)

۵۰- گزینه «۲»

اولین جاندار هر زنجیره غذایی، جاندار تولیدکننده است که مواد معدنی را به مواد آلی تبدیل می‌کند.

۵۱- گزینه «۱»

شکل مورد نظر مربوط به فرایند تولید گاز آمونیاک می‌باشد. در این فرآیند در اثر واکنش گازهای نیتروژن (فراوانترین عنصر در هوا) و هیدروژن (فراوانترین عنصر در خورشید) گاز آمونیاک تولید می‌شود.



۵۲- گزینه «۴»

$$\frac{1^\circ}{3} = \text{زمان} \Rightarrow 3 = \frac{1^\circ}{\text{زمان}} \Rightarrow \text{جابه‌جایی} = \text{سرعت متوسط} \times \text{زمان}$$

$$\text{زمان} \times \text{تندی} = \text{مسافت} \Rightarrow \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} = \text{تندی}$$

$$\Rightarrow \text{مسافت} = 450 \times \frac{1^\circ}{3} = 150 \text{ m}$$

۵۳- گزینه «۳»

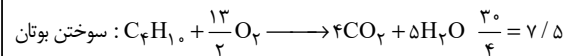
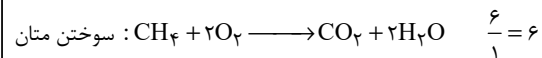
موراد ۱، ۳ و ۴ صحیح هستند. در اثر برخورد ورقه ایران و عربستان چین خوردگی به وجود می‌آید و هیچ لایه‌ای به زیر لایه دیگر فرو نمی‌رود.

۵۴- گزینه «۲»

اسفنج‌ها ورود مواد را از سوراخ‌های ریز روی ساختار خود انجام و خروج آن را از منفذ بزرگ بالای ساختار بدنی انجام می‌دهند. پلاناریا کرمی پهن است که در آن مواد از طریق دهان وارد و از طریق سطح بدن خارج می‌شوند.

۵۵- گزینه «۱»

مقداری CO_2 تولید شده نسبت به انرژی بالا است.



۵۶- گزینه «۴»

با توجه به اینکه مارها فاقد اندام حرکتی هستند، بنابراین نمی‌توانند شبیه به سوسمار و سمندر لرستانی باشند (حذف گزینه‌های ۱ و ۴).
همچنین کروکودیل‌ها (تمساح) نقشی در کنترل جمعیت حشرات ندارد (حذف گزینه ۲)

۶۰- گزینه «۴»

در این ترکیب ۱۶ پیوند یگانه و ۵ پیوند دوگانه وجود دارد که اختلاف آن‌ها برابر ۱۱ خواهد شد.

پاسخ سؤال‌های ریاضیات

۶۱- گزینه «۱»

$$\frac{8x-3}{-11} < \frac{x+9}{-22} \times (-22) \rightarrow 2(8x-3) > x+9$$

$$16x-6 > x+9$$

$$16x-x > 15 \Rightarrow x > 1$$

$$\Rightarrow \{2, 3, 4, \dots, 40\}$$

تعداد اعضای این مجموعه ۳۹ عضو است.

۶۲- گزینه «۱»

توجه کنید:

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 - c^2 - 2bc &= -(a^2 + b^2 + c^2 + 2bc) \\ &= -(a^2 + (b^2 + c^2 + 2bc)) \\ &= -((b+c)^2 - a^2) \\ &= -(b+c+a)(b+c-a) \end{aligned}$$

اتحاد مزدوج

از طرفی داریم:

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 - c^2 + 2ab &= (a^2 + b^2 + 2ab) - c^2 \\ &= (a+b)^2 - c^2 = (a+b+c)(a+b-c) \\ \Rightarrow \frac{a^2 - b^2 - c^2 - 2bc}{a^2 + b^2 - c^2 + 2ab} &= \frac{-a+b+c}{a+b-c} \\ &= \frac{-(b+c+a)(b+c-a)}{(a+b+c)(a+b-c)} \times \frac{(a+b-c)}{-(a+b-c)} = -1 \end{aligned}$$

۶۳- گزینه «۴»

هفت رقم اولیه اعشاری یک عدد به هیچ عنوان نمی‌تواند معرف گویا و یا گنگ بودن یک عدد باشد. بنابراین هر دو عدد ممکن است گویا و یا گنگ باشند.

۶۴- گزینه «۲»

$$M_n = \{x \in \mathbb{R} \mid -n \leq x \leq n\}$$

با فرض $a=1$, $b=2$, $c=3$ از شرط $c > b > a$ و $n \in \mathbb{N}$ داریم:

$$M_a = M_1 = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq +1\}$$

$$M_b = M_2 = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq +2\}$$

$$M_c = M_3 = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq +3\}$$

$$\text{شتاب} = \frac{\text{تغییرات سرعت}}{\text{زمان}} = \frac{\left(\frac{72}{3/6}\right) - \left(\frac{36}{3/6}\right)}{2} = \frac{20-10}{2}$$

$$= \frac{10}{2} = 5 \frac{m}{s^2}$$

بر جعبه فقط نیروی اصطکاک وارد می‌شود که همین نیرو، عامل حرکت جسم است:
 $f = ma = 1000 \times 5 = 5000 \text{ N}$
چون جهت حرکت جعبه به سمت چپ است، جهت این نیرو نیز به سمت چپ خواهد بود.

۵۷- گزینه «۲»

$$\frac{F_1}{A} = \frac{1000}{A'} \quad \text{در شکل اول و طبق اصل پاسکال:}$$

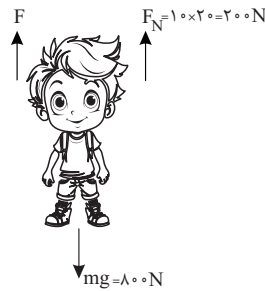
$$\frac{F_2}{A} = \frac{1000}{A'} = \frac{1000}{A''} \quad \text{در شکل دوم و طبق اصل پاسکال:}$$

با توجه به یکسان بودن کسر $\frac{1000}{A'}$ هر دو داریم:

$$\frac{F_1}{A} = \frac{F_2}{A} \Rightarrow F_1 = F_2$$

۵۸- گزینه «۱»

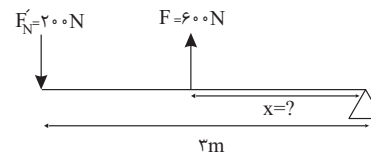
اولاً عدد تراوز نشان‌دهنده اندازه نیروی عمودی سطح است. ثانیاً وقتی شخص به طناب نیروی رو به پایین F وارد می‌کند، طناب هم به شخص نیروی رو به بالای F وارد خواهد کرد. با نوشتن تعادل نیروها برای شخص داریم:



$$F + F_N = mg$$

$$F + 200 = 800 \Rightarrow F = 600 \text{ N}$$

حالا داریم:



گشتاور ساعتگرد = گشتاور پادساعتگرد

$$\Rightarrow 600 \times x = 200 \times 3 \Rightarrow x = \frac{600}{600} = 1 \text{ m}$$

۵۹- گزینه «۳»

نکته: مجموع اعداد زوج طبیعی $2 + 4 + 6 + \dots + n$ را می‌توان از رابطه $n(n+1)$ به دست آورد.

$$5^2 \times 5^4 \times 5^6 \times \dots \times 5^n = (5^{0+2+4+\dots+n})^{24}$$

$$5^{2+4+6+\dots+n} = \left(\frac{1^{0+2+\dots+n}}{1}\right)^{24}$$

$$\Rightarrow 5^{n(n+1)} = (5^2)^{24} \Rightarrow 5^{n(n+1)} = 5^{48}$$

$$\Rightarrow n(n+1) = 48 \Rightarrow n = 7$$

۶۸- گزینه «۴»

با تقسیم چندجمله‌ای $n^2 - 7n + 16$ بر $(n-2)$ داریم:

$$\begin{array}{r} n^2 - 7n + 16 \quad | \quad n - 2 \\ \underline{-(n - 2)} \\ - 5n + 18 \\ \underline{+5n - 10} \\ + 8 \\ \underline{+8} \\ 0 \end{array}$$

بنابراین از روابط به دست آمده تقسیم خواهیم داشت:

$$\frac{n^2 - 7n + 16}{n - 2} = \frac{(n-2)(n-5) + 6}{(n-2)} = \frac{(n-2)(n-5)}{(n-2)} + \frac{6}{n-2}$$

در صورتی عبارت گویا عددی صحیح می‌شود که $\frac{6}{n-2}$ صحیح شود.

می‌دانیم اگر عدد ۶ را بر هر کدام از اعضای مجموعه $\{1, -1, 2, -2, 3, -3, 6, -6\}$ تقسیم کنیم، عددی صحیح می‌شود. بنابراین در هر مورد کافی است مخرج کسر را مساوی یکی از اعداد قرار دهیم و مقدار n را به دست آوریم که ۸ مقدار متفاوت برای n تعیین می‌شود. برای مثال:

$$n - 2 = 1 \Rightarrow n = 3$$

$$n - 2 = -1 \Rightarrow n = 1$$

۶۹- گزینه «۳»

نمایش اعشاری یک کسر زمانی مختوم است که (پس از ساده کردن صورت با مخرج) در مخرج کسر فقط عامل‌هایی از اعداد اول ۲ و ۵ داشته باشیم. در همه موارد می‌توانیم به این عامل‌ها برسیم ولی در گزینه ۳ نمی‌توانیم. برای مثال:

$$\frac{1}{5a+1} \xrightarrow{a=3} \frac{1}{16} = \frac{1}{2^4} \quad (\text{مختوم})$$

$$\frac{1}{2a+1} \xrightarrow{a=2} \frac{1}{5} \quad (\text{مختوم})$$

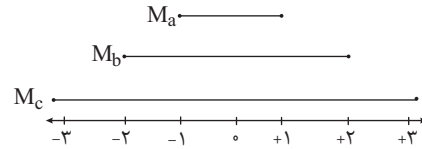
$$\frac{1}{7a+1} \xrightarrow{a=1} \frac{1}{8} = \frac{1}{2^3} \quad (\text{مختوم})$$

۷۰- گزینه «۲»

مجموع زوایای خواسته شده ۴۵ درجه می‌شود.

۷۱- گزینه «۱»

و با رسم و نمایش مجموعه‌ها روی محور اعداد حقیقی داریم:



اکنون کاملاً مشخص است که $M_a \subseteq M_b$ و همچنین

$$M_a \cup M_b = M_b \neq M_a$$

$$(M_c - M_b) \subseteq (M_c - M_a)$$

بنابراین دو مورد از این سه مورد صحیح است.

۶۵- گزینه «۱»

در یک تاس اعداد ۱ تا ۶ را داریم که از بین آنها اعداد ۲، ۳ و ۵ اعدادی اول هستند. بنابراین در حالت‌های زیر ضرب اعداد روشده یکی از این عددها می‌شود.

$$\{(1, 5), (1, 3), (1, 2), (2, 1), (3, 1), (5, 1)\}$$

از طرفی مجموع دو عدد ظاهر شده تاس می‌تواند عددی طبیعی از ۲ تا ۱۲ شود که از میان آن‌ها اعداد زیر اول هستند.

$$\{2, 3, 5, 7, 11\}$$

و حالت‌های زیر حالت‌هایی هستند که مجموع دو عدد ظاهر شده یکی از این اعداد می‌شود.

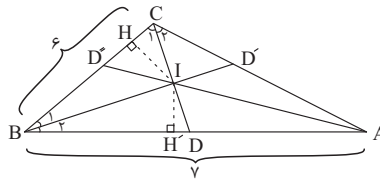
$$\{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1), (5, 6), (6, 5)\}$$

در دو مجموعه ایجاد شده عضوهای $(1, 2)$ و $(2, 1)$ تکراری هستند. بنابراین ۱۹ حالت متمایز وجود دارد که حاصل جمع یا حاصل ضرب دو عدد شاهر شده، عددی اول باشند. پس:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{19}{36}$$

۶۶- گزینه «۴»

نکته: هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است.



در ضمن می‌دانیم محل برخورد سه نیمساز داخلی هر مثلث، درون آن مثلث است.

$$S_{\triangle BIC} = 9 \Rightarrow \frac{IH \times 6}{2} = 9 \Rightarrow IH = 3$$

با توجه به نکته داریم:

$$IH' = IH = 3$$

$$\Rightarrow S_{\triangle AIB} = \frac{IH' \times AB}{2} = \frac{3 \times 7}{2} = \frac{21}{2}$$

۶۷- گزینه «۲»

تنها خطی که شرط‌های صورت مسأله را رعایت کرده باشد، خطی است که از P عبور کند و موازی با خط گذرنده از نقاط A و B باشد. بنابراین ابتدا باید شیب خط گذرنده از دو نقطه A و B را حساب کنیم.

$$m_{AB} = \frac{7 - (-1)}{3 - 5} = \frac{8}{-2} = -4$$

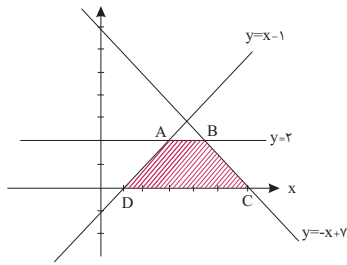
اکنون باید معادله خطی را بنویسیم که شیب آن -4 بوده و از نقطه

$$P = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ عبور کند.}$$

$$y = ax + b \xrightarrow{\substack{y=3 \\ x=-2}} (3) = (-4)(-2) + b \Rightarrow b = -5$$

$$\Rightarrow y = -4x - 5 \Rightarrow 4x + y + 5 = 0$$

۷۳- گزینه «۳»



از برخورد سه خط با معادلات داده شده و محور xها یک دوزنقه به ارتفاع ۲ واحد تشکیل می‌شود.

از روی شکل باید طول نقاط A، B، C و D را پیدا کنیم که بتوانیم اندازه قاعده‌های این دوزنقه را مشخص کنیم. پس به سراغ تک‌تک نقاط می‌رویم:
* نقطه A محل برخورد دو خط $y = x - 1$ و $y = 2$ است. بنابراین خواهیم داشت:

$$y = x - 1 \xrightarrow{y=2} 2 = x - 1 \Rightarrow x = 3 \quad (\text{طول نقطه } A)$$

* نقطه B محل برخورد دو خط $y = -x + 7$ و $y = 2$ است. بنابراین خواهیم داشت:

$$y = -x + 7 \xrightarrow{y=2} 2 = -x + 7 \Rightarrow -5 = -x$$

$$\Rightarrow x = 5$$

* نقطه C محل برخورد دو خط $y = -x + 7$ و $y = 0$ است. در نتیجه:

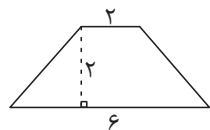
$$y = -x + 7 \xrightarrow{y=0} 0 = -x + 7 \Rightarrow x = 7$$

* نقطه D نیز محل برخورد دو خط $y = x - 1$ و $y = 0$ است. در نتیجه:

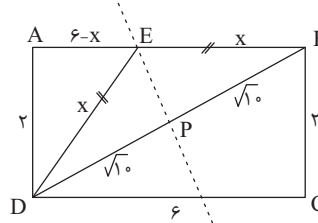
$$y = x - 1 \xrightarrow{y=0} 0 = x - 1 \Rightarrow x = 1$$

بنابراین $AB = x_B - x_A = 5 - 3 = 2$ و همچنین:

$$DC = x_C - x_D = 7 - 1 = 6$$



$$\text{مجموع دو قاعده} \times \text{ارتفاع} = \frac{2 \times (2 + 6)}{2} = 8$$



بنابر رابطه فیثاغورس، قطر مستطیل برابر است با:

$$BD = \sqrt{(6)^2 + (2)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

از آنجایی که نقطه P روی وسط پاره خط BD است (EP قسمتی از عمودمنصف پاره خط BD است) بنابراین:

$$DP = PB = \frac{2\sqrt{10}}{2} = \sqrt{10}$$

نکته: هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره خط، از دو سر آن پاره خط به یک فاصله است چون نقطه E روی عمودمنصف پاره خط BD قرار دارد، بنابراین:

$$DE = EB = x$$

بنابراین:

$$AE = 6 - x$$

در مثلث ADE بنابر رابطه فیثاغورس داریم:

$$x^2 = (6 - x)^2 + 2^2 \Rightarrow x^2 = 36 - 12x + x^2 + 4$$

$$\Rightarrow 12x = 40 \Rightarrow x = \frac{40}{12} = \frac{10}{3}$$

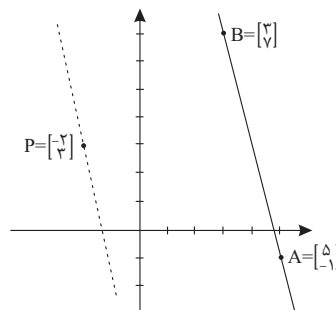
$$\Rightarrow \begin{cases} AE = 6 - \frac{10}{3} = \frac{8}{3} \\ EB = \frac{10}{3} \end{cases}$$

$$S_{\Delta ADE} = \frac{2 \times AE}{2} = AE = \frac{8}{3}$$

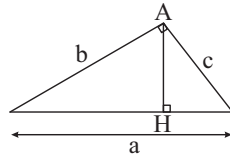
$$S_{\Delta BCD} = \frac{BC \times DC}{2} = \frac{2 \times 6}{2} = 6$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta BCD}}{S_{\Delta AED}} = \frac{6}{\frac{8}{3}} = \frac{18}{8} = \frac{9}{4}$$

۷۲- گزینه «۳»



۷۴- گزینه «۲»



نکته: در مثلث قائم الزاویه با اضلاع مقابل، اندازه ارتفاع وارد بر وتر برابر است با:

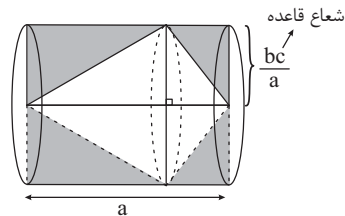
$$AH = \frac{bc}{a}$$

(اثبات به کمک مساحت مثلث)

اگر این مثلث را حول وتر دوران دهیم، حجم حاصل از دوران را می‌توانیم از رابطه زیر به دست آوریم:

$$V = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{bc}{a} \right)^2 \times a = \frac{\pi}{3} \left(\frac{b^2 c^2}{a} \right)$$

برای به دست آوردن حجم حاصل از دوران ناحیه تیره‌رنگ کافی است حجم دوران یافته‌ی مثلث را از حجم استوانه کم کنیم.



$$\text{حجم استوانه} : S.h = \frac{b^2 c^2}{a^2} \times \pi a = \frac{b^2 c^2}{a} \pi$$

$$\text{حجم فضای خالی} : \frac{\pi}{3} \times \frac{b^2 c^2}{a} = \frac{1}{3} \times \frac{b^2 c^2}{a} \pi$$

$$\begin{aligned} \text{حجم فضای خالی} - \text{حجم استوانه} &= \frac{b^2 c^2}{a} \pi - \frac{1}{3} \frac{b^2 c^2}{a} \pi = \frac{2}{3} \times \frac{b^2 c^2}{a} \pi \\ &= \frac{2b^2 c^2 \pi}{3a} \end{aligned}$$

که این مقدار $\frac{2b^2 c^2}{3a} \pi$ برابر عدد π است.

۷۵- گزینه «۴»

توجه: $1m = 100cm$

$$\text{اتاق «الف»} \xrightarrow{\text{شعاع توپ}=100} V = \frac{4}{3} \pi (100)^3 = \frac{4}{3} \pi \times 1000000$$

$$\text{اتاق «ب»} \xrightarrow{\text{شعاع توپ}=1} V = \frac{4}{3} \pi (1)^3 = \frac{4}{3} \pi$$

$$\text{تعداد توپ‌ها=یک میلیون} \rightarrow \frac{4}{3} \pi \times 1000000$$

در نتیجه حجم فضای خالی در دو اتاق نیز باید با هم برابر باشد.